UNITA' 07 - SOMMARIO

7. EQUAZIONI INTEGRALI DI BILANCIO PER FLUIDI IN MOTO (B)

7.1 BILANCIO DELL'ENERGIA

7.1.1 Bilancio dell'energia stazionario per sistemi a due correnti

Si consideri un sistema aperto come quello ad un ingresso ed un'uscita. In condizioni stazionarie, l'equazione di bilancio dell'energia che governa il funzionamento di tale sistema aperto, ricavata applicando il primo principio della termodinamica, è la seguente:

$$\frac{\alpha_2 \cdot W_2^2 - \alpha_1 \cdot W_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + h_2 - h_1 = q - \ell$$

ovvero

$$\dot{m} \cdot \left[\frac{\alpha_2 \cdot W_2^2 - \alpha_1 \cdot W_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + h_2 - h_1 \right] = \dot{Q} - \dot{L}$$

Tutti i termini della prima equazione sono quantità riferite all'unità di massa di fluido. A primo membro, la prima differenza rappresenta la variazione d'energia cinetica per unità di massa, valutata assumendo la velocità del fluido sulle sezioni d'ingresso e d'uscita uniforme e pari al valore medio, rispettivamente W_1 e W_2, e correggendo gli effetti d'eventuali disuniformità della velocità sulla sezione mediante i coefficienti correttivi α_1 e α_2, dipendenti dal profilo di velocità. In particolare, assumendo la velocità del fluido attraverso una sezione (d'ingresso o d'uscita) unidirezionale e normale alla sezione stessa, ed indicando con u la velocità locale sulla porzione di sezione di area infinitesima dS, e con W il valore medio sulla sezione, il coefficiente di correzione α relativo al flusso di energia cinetica attraverso la sezione considerata è tale che:

$$\int_S \frac{u^2}{2} \rho \cdot u \cdot dS = \alpha \cdot \int_S \frac{W^2}{2} \cdot \rho \cdot u \cdot dS = \alpha \cdot \frac{W^2}{2} \cdot \dot{m}$$

ovvero

$$\alpha = \frac{\int_S \rho \cdot u^3 \cdot dS}{\dot{m} \cdot W^2}$$

Valori di riferimento per α sono:

$\alpha = 1$ per profilo uniforme (fluido ideale)

$\alpha \approx 1.1$ per profilo turbolento

$\alpha = 2$ per profilo laminare sviluppato in condotto cilindrico

La seconda differenza a primo membro dell'equazione di bilancio dell'energia rappresenta la variazione d'energia potenziale gravitazionale per unità di massa tra uscita e ingresso del sistema aperto. La terza differenza è la variazione d'entalpia.

A secondo membro della prima equazione, i termini q e ℓ rappresentano le quantità di calore e lavoro (energia termica ed energia meccanica) scambiate dal fluido mentre attraversa il sistema aperto, anch'esse riferite all'unità di massa di fluido. Si adottano le convenzioni, consuete in termodinamica, di considerare positivo il calore scambiato se assorbito dal fluido, e di considerare positivo il lavoro se ceduto dal fluido.

7.1.2. Bilancio dell'energia stazionario per sistemi a più correnti

In condizioni stazionarie, l'equazione di bilancio dell'energia che governa il funzionamento di un sistema aperto a più correnti assume la forma seguente:

$$\sum_{out} \dot{m}_{out} \cdot \left(\frac{\alpha_{out} \cdot W_{out}^2}{2} + g \cdot z_{out} + h_{out} \right) - \sum_{in} \dot{m}_{in} \cdot \left(\frac{\alpha_{in} \cdot W_{in}^2}{2} + g \cdot z_{in} + h_{in} \right) = \dot{Q} - \dot{L}$$

I simboli hanno il significato riportato nella tabella seguente.

Simbolo	*Definizione*	*Unità di misura*
W	Velocità media	m/s
α	Coefficiente correttivo per l'energia cinetica specifica media	–
z	Quota rispetto ad un livello arbitrario di riferimento	m
h	Entalpia specifica	J/kg
$q = \dot{Q}/\dot{m}$	Quantità di calore scambiata per unità di massa di fluido	J/kg
$\ell = \dot{L}/\dot{m}$	Quantità di lavoro scambiata per unità di massa di fluido	J/kg
$\dot{Q}$	Potenza termica scambiata	W
$\dot{L}$	Potenza meccanica scambiata	W
$\dot{m}$	Portata in massa	kg/s

7.2. BILANCIO DELL'ENERGIA MECCANICA PER FLUIDI IDEALI

L'equazione di bilancio dell'energia in forma stazionaria non è generalmente utilizzata in fluidodinamica. S'impiega invece la cosiddetta equazione di bilancio dell'energia meccanica, in cui compaiono solo termini di natura meccanica.

7.2.1. Bilancio stazionario per sistemi a due correnti

Si considerano inizialmente fluidi ideali (o perfetti), per i quali si assume nulla la viscosità. Sulla base della definizione d'entalpia specifica ($h=u+p\cdot v=u+p/\rho$), l'equazione di bilancio dell'energia può essere riformulata come segue:

$$\frac{\alpha_2 \cdot W_2^2 - \alpha_1 \cdot W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) + \ell = q - (u_2 - u_1)$$

Il termine ℓ è nullo se lungo il percorso del fluido, tra le sezioni d'ingresso (1) e d'uscita (2), sono presenti macchine operatrici come, ad esempio, un compressore o una pompa, che trasferiscono lavoro dall'esterno al fluido (ℓ<0), oppure macchine motrici, come una turbina, che trasferiscono lavoro dal fluido all'esterno (ℓ>0).

– Per un fluido ideale e incomprimibile (vale a dire caratterizzato da densità costante, ovvero $v_1=v_2=v=1/\rho$=costante), l'equazione di bilancio dell'energia può essere semplificata come segue:

$$\frac{\alpha_2 \cdot W_2^2 - \alpha_1 \cdot W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} = -\ell$$

Il risultato è sempre valido in condizioni di reversibilità dei processi. Infatti, per un processo stazionario reversibile di un fluido ideale e incomprimibile, si può dimostrare che è rigorosamente nulla la quantità:

$$q - (u_2 - u_1)$$

Si noti che in un fluido ideale non sono presenti effetti di dissipazione, quindi il moto del fluido non produce effetti irreversibili.

Un liquido si può generalmente considerare incomprimibile. Un gas si può considerare incomprimibile se:

$$M = \frac{W}{c} < 0.3$$

in cui *M* è il numero di Mach e *c* è la velocità del suono nel fluido.

Per un fluido ideale e comprimibile, si può dimostrare che l'equazione di bilancio dell'energia meccanica assume la forma:

$$\frac{\alpha_2 \cdot W_2^2 - \alpha_1 \cdot W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = -\ell$$

– Per un fluido incomprimibile, che non scambia lavoro (ℓ=0) e la cui velocità è uniforme sulle sezioni di passaggio in ingresso e in uscita ($\alpha_1=\alpha_2=1$), l'equazione di bilancio dell'energia meccanica si semplifica in:

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} = 0$$

ovvero

$$\left(\frac{W_2^2}{2} + g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho}\right) - \left(\frac{W_1^2}{2} + g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho}\right) = 0$$

La relazione permette di stabilire che, nelle condizioni considerate, per un fluido ideale e incomprimibile è costante, ad ogni sezione di passaggio del flusso, l'energia meccanica per unità di massa, data dalla somma:

$$\frac{W^2}{2} + g \cdot z + \frac{p}{\rho}$$

in cui

$\frac{W^2}{2}$ energia cinetica per unità di massa

$g \cdot z$ energia potenziale per unità di massa riferita al baricentro della sezione di passaggio

$\frac{p}{\rho}$ energia potenziale di pressione per unità di massa

Per un fluido ideale incomprimibile, in assenza di macchine, si mantiene quindi costante l'energia meccanica specifica associata al fluido. I termini cinetico, potenziale e di pressione possono però variare nel senso del moto, convertendosi reversibilmente l'uno nell'altro.

7.3. BILANCIO DELL'ENERGIA MECCANICA PER FLUIDI REALI

Nel caso di un fluido reale, in cui gli effetti viscosi non sono trascurabili, le azioni delle tensioni associate alla viscosità producono dissipazioni d'energia meccanica. Per tenere conto di tali effetti dissipativi, le varie forme dell'equazione di bilancio dell'energia meccanica viste in precedenza devono essere modificate tramite l'aggiunta, al primo membro, di un termine *R*, sempre positivo ($R \geq 0$), detto perdita di carico.

7.3.1. Bilancio stazionario per sistemi a due correnti

L'equazione di bilancio dell'energia per un sistema aperto a due correnti riportata in precedenza, ricavata sulla base del primo principio della termodinamica, può essere riformulata per un fluido incomprimibile reale come segue:

$$\left(\frac{\alpha_2 \cdot W_2^2}{2} + g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho}\right) - \left(\frac{\alpha_1 \cdot W_1^2}{2} + g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho}\right) + \ell = -R$$

La perdita di carico *R* è un termine dissipativo che rappresenta la perdita d'energia meccanica per unità di massa di fluido, causata dalle dissipazioni viscose. In altre parole, *R* rappresenta quella parte d'energia che alla fine del processo tra 1 e 2 non è più disponibile in forma d'energia meccanica.

– Per un fluido incomprimibile, l'equazione di bilancio dell'energia meccanica può anche essere formulata come segue:

$$\frac{\alpha_2 \cdot W_2^2 - \alpha_1 \cdot W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R = -\ell$$

Per un fluido comprimibile, l'equazione assume la forma:

$$\frac{\alpha_2 \cdot W_2^2 - \alpha_1 \cdot W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + R = -\ell$$

– Per un fluido incomprimibile in assenza di macchine e con $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, l'equazione di bilancio dell'energia meccanica si semplifica in:

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R = 0$$

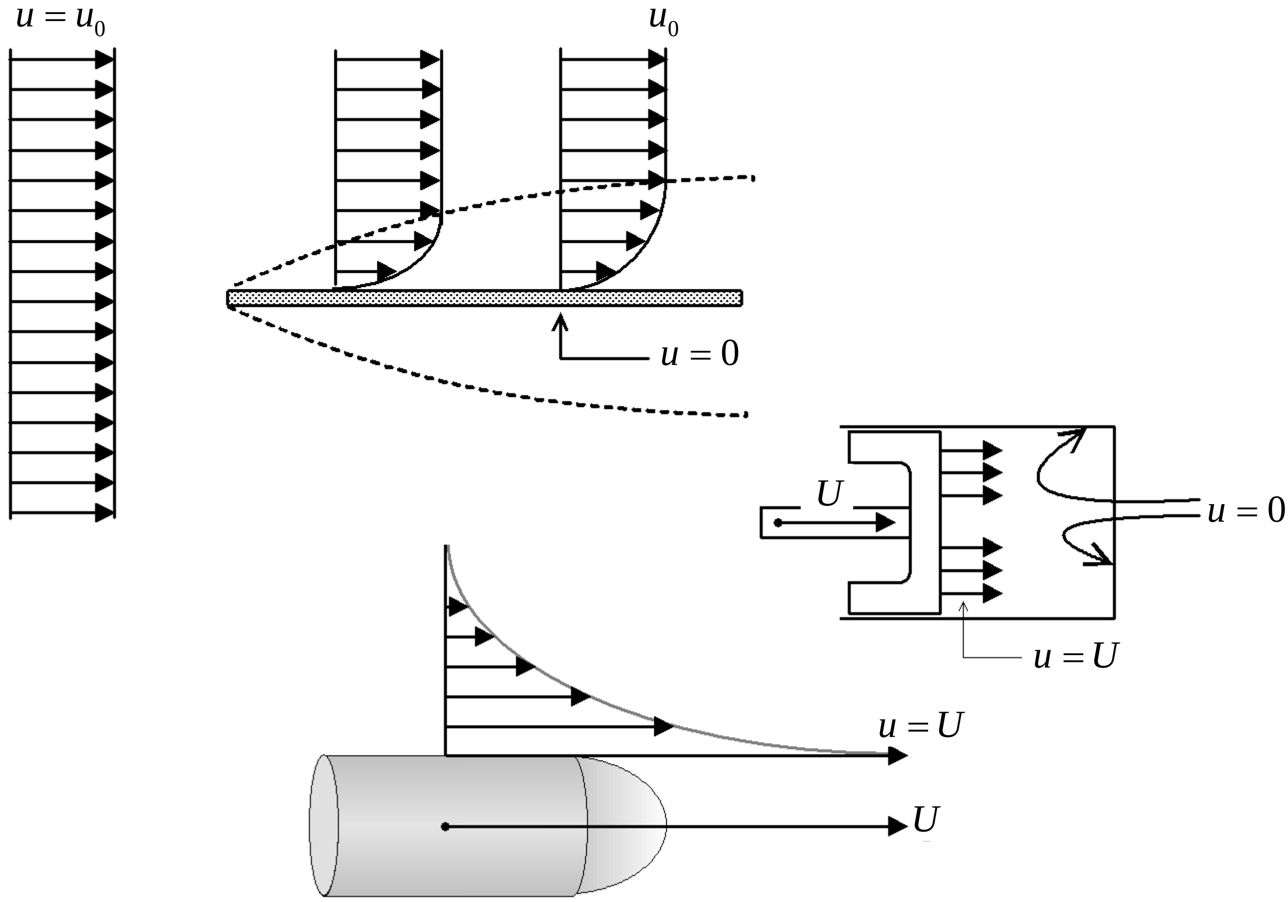
ovvero

$$\left(\frac{W_1^2}{2}+g\cdot z_1+\frac{p_1}{\rho}\right)-\left(\frac{W_2^2}{2}+g\cdot z_2+\frac{p_2}{\rho}\right)=R$$

7.4. EFFETTI VISCOSI

7.4.1. Condizione di aderenza

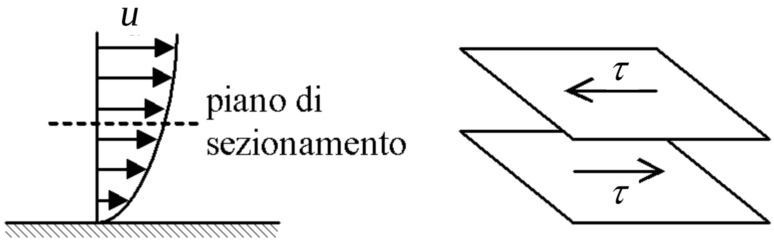
In corrispondenza di una superficie solida, un fluido reale (viscoso) aderisce alla superficie e, quindi, ne assume la velocità. Tale caratteristica dei fluidi viene denominata “condizione di aderenza”. Essa si assume valida sia per i liquidi che per i gas.



Come si può osservare dagli esempi, la velocità del fluido varia muovendosi in direzione normale alla superficie. Tale variazione, così come l’adesione alla superficie, è dovuta alla “viscosità” del fluido.

7.4.2. Tensioni viscose nei fluidi in moto

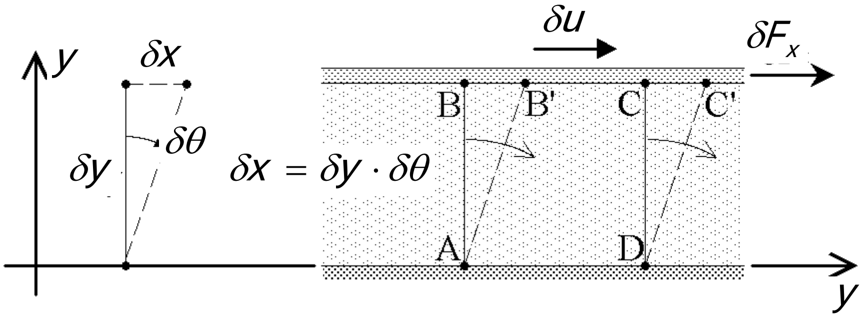
Se s'immagina di sezionare un fluido in moto lungo un piano, si osserva che il fluido al di sopra del piano di sezionamento esercita sul fluido sottostante una tensione tangenziale (τ), ovvero una forza tangenziale rapportata all'unità di superficie. Una tensione tangenziale uguale e contraria è a sua volta esercitata dal fluido al di sotto del piano di sezionamento su quello soprastante.



7.4.3. Velocità di deformazione (gradiente di velocità)

Un fluido è una sostanza che continua a deformarsi indefinitamente sotto l'azione di una forza tangenziale.

Si consideri un volume di fluido tra due piastre piane parallele, poste a distanza δy.



La piastra inferiore è fissa, mentre quella superiore si muove a velocità costante δu, sotto l'azione di una forza δF_x. Si può dimostrare che, sotto l'azione di una tensione tangenziale τ_{yx}, il fluido si deforma con velocità di deformazione du/dy.

7.4.4. Legge di Newton (della viscosità)

Per la maggior parte dei fluidi esiste una proporzionalità diretta tra tensione tangenziale e gradiente di velocità:

$$\tau_{yx} \propto \frac{du}{dy}$$

La relazione di proporzionalità è espressa dalla legge di Newton della viscosità, che, in un caso monodimensionale come quello analizzato, presenta forma:

$$\tau_{yx} = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

La costante μ di proporzionalità, variabile da fluido a fluido, è la viscosità dinamica.

– Viscosità dinamica.

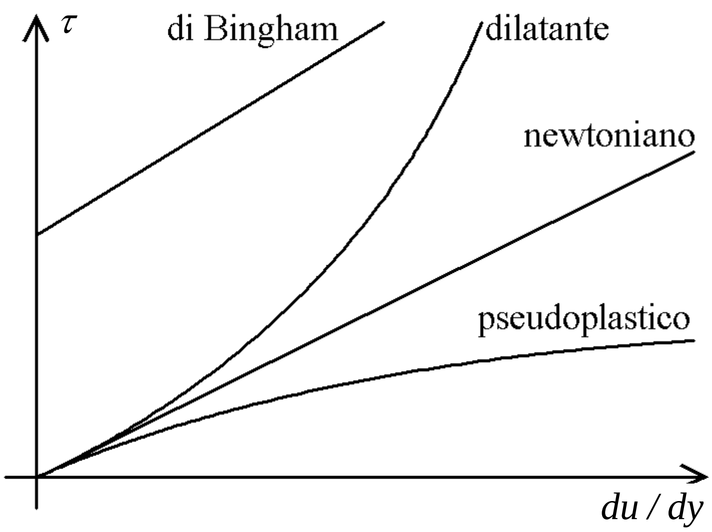
Formula dimensionale: $[M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}]$

Unità di misura SI: Pa·s = kg/(m·s)

Un effetto della viscosità è l'adesione delle particelle di fluido alle superfici di un corpo solido immerso nel fluido stesso (condizione di aderenza).

In generale, la viscosità dipende fortemente dalla temperatura e, in particolare, nei gas aumenta con l'aumentare temperatura, mentre nei liquidi diminuisce, di solito rapidamente, all'aumentare della temperatura. Sia per i gas che per i liquidi, la viscosità è pressoché indipendente dalla pressione, quantomeno a pressioni ordinarie; nei gas si osserva un aumento significativo della viscosità solo quando la pressione è incrementata di diversi bar, mentre serve un incremento di diverse migliaia di bar per osservare lo stesso effetto nei liquidi.

Se la tensione tangenziale è direttamente proporzionale al gradiente di velocità, il fluido è detto newtoniano (sono tali l'aria, l'acqua, gli oli, ecc.). Quando ciò non accade, il fluido è detto non-newtoniano.



Se la viscosità di un fluido non-newtoniano risulta aumentare con il gradiente di velocità, il fluido è detto dilatante. Il fluido è detto pseudoplastico se la viscosità sembra diminuire all'aumentare della velocità di deformazione. È detto di Bingham un fluido che si deforma solo se è applicata una tensione tangenziale superiore ad un valore minimo.

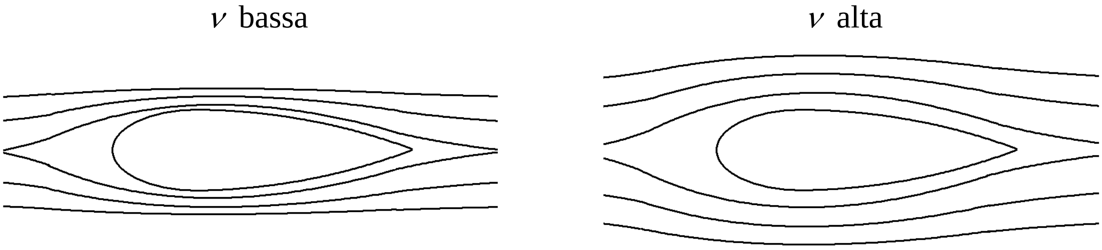
È infine detto tissotropico un fluido in cui la viscosità appare diminuire nel tempo, sotto l'applicazione di una tensione tangenziale costante. Se la viscosità aumenta nel tempo, il fluido è detto reopectico.

– Viscosità cinematica

È definita come il rapporto tra viscosità dinamica e densità.

$$\nu = \mu / \rho$$

Se un corpo solido è introdotto in un fluido in moto, la regione in cui si propagano gli effetti viscosi e in cui il moto del fluido è perturbato dalla presenza del corpo è tanto più estesa quanto maggiore è la viscosità cinematica del fluido.



Formula dimensionale: $[L^2 \cdot T^{-1}]$

Unità di misura SI: m^2/s

7.5. PERDITE DI CARICO IN CONDOTTI

L'equazione di bilancio nell'energia meccanica nelle forme precedentemente illustrate presenta uno dei suoi principali ambiti d'applicazione dello studio del moto di fluidi in condotti e reti idrauliche.
Lungo un condotto, che può essere più o meno complesso ed includere curve, valvole e convergenti o divergenti, un fluido subisce perdite di carico (ovvero perdite d'energia meccanica) dovute al semplice scorrimento viscoso, oppure a particolari accidentalità incontrate lungo il percorso che perturbano la vena. Le perdite di carico totali si distinguono pertanto in:

- perdite di carico distribuite, dovute agli attriti viscosi tra fluido e pareti in tratti di condotto rettilinei a sezione uniforme, in cui il moto è perfettamente sviluppato, e
- perdite di carico concentrate, legate alle turbolenze e alle conseguenti dissipazioni viscose che si hanno in corrispondenza o subito a valle di accidentalità quali ingressi, valvole, giunzioni, curve, variazioni di sezione, ecc.

7.5.1. Determinazione delle perdite di carico distribuite

In condizioni stazionarie, la velocità media del fluido, W, non cambia lungo un tratto di condotto a sezione uniforme. Non cambia quindi neanche il contenuto medio d'energia cinetica per unità di massa di fluido, pari a $W^2/2$, al quale sono associate le perdite distribuite.

- La relazione generale per il calcolo delle perdite distribuite è, per tratti di condotto a sezione circolare, la formula di Darcy-Weisbach:

$$R = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{W^2}{2}$$

in cui

f	fattore d'attrito (anche indicato con λ)	(–)
L	lunghezza del tratto di condotto rettilineo	(m)
D	diametro (uniforme) del condotto	(m)
L/D	termine adimensionale che esprime la lunghezza del condotto, misurata in diametri	(–)

W	velocità media (uniforme) sulla sezione	(m/s)
$W^2/2$	energia cinetica per unità di massa (uniforme)	(J/kg)

– Nel caso di sezione non circolare, si fa riferimento al diametro idraulico (o equivalente), definito come:

$$D = \frac{4 \cdot S}{P}$$

ove

S	sezione di passaggio del fluido (uniforme)	(m^2)
P	perimetro bagnato della sezione	(m)

– Il fattore d'attrito (f) è una funzione della scabrezza della superficie interna del condotto (l'altezza media delle microasperità superficiali) rapportata al diametro (ε/D) e del numero di Reynolds (Re).

$$f = f\left(\frac{\varepsilon}{D}, Re\right)$$

ove

ε	scabrezza (o rugosità) media delle pareti	(m)
ε/D	scabrezza media relativa delle pareti	(–)

– Il numero di Reynolds (Re) è un parametro adimensionale definito dalla relazione:

$$Re = \frac{\rho \cdot W \cdot D}{\mu} = \frac{W \cdot D}{\nu}$$

in cui

ρ	densità del fluido (costante se incomprimibile)	(kg/m^3)
μ	viscosità dinamica del fluido	(Pa·s)
$\nu=\mu/\rho$	viscosità cinematica del fluido	(m^2/s)

– Il fattore d'attrito per condotti a sezione circolare, in caso di moto laminare (Re<2000) in tubi sia lisci che scabri, vale:

$$f = \frac{64}{Re}$$

In caso di moto turbolento in tubi lisci ($\varepsilon/D \rightarrow 0$), il fattore d'attrito può essere valutato mediante la formula di Blasius

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}}$$

valida per $3000<Re<10^5$, o mediante la formula di Nikuradse

$$f = 0.0032 + \frac{0.221}{Re^{0.237}}$$

valida per $10^5<Re<10^7$:

In caso di moto turbolento in tubi sia lisci che scabri, il fattore d'attrito può essere valutato mediante la formula di Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \cdot log_{10}\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

ovvero

$$f = 0.25 \cdot \left[log_{10}\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)\right]^{-2}$$

valida per *Re*>3000.

Nella formula di Colebrook, *f* è presente in entrambi i membri. Pertanto, è necessario ipotizzare un valore del fattore d'attrito di primo tentativo, f_0, e quindi introdurlo nella parte di destra della formula, ottenendo:

$$f = 0.25 \cdot \left[log_{10}\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f_0}}\right)\right]^{-2}$$

Il nuovo valore del fattore d'attrito, che è in generale più accurato di quello di primo tentativo, può essere introdotto nuovamente nella formula di Colebrook, per ottenere così una stima ancora più accurata. Il procedimento va iterato un numero di volte tale da arrivare a convergenza, ovvero da non osservare più variazioni significative del valore di f tra un'iterazione e l'altra.

Già alla prima applicazione della formula di Colebrook, il valore di *f* differisce per meno dell' 1% dal valore di primo tentativo se questo è stato stimato mediante la formula di Miller:

$$f_0 = 0.25 \cdot \left[log_{10}\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right]^{-2}$$

- Un metodo alternativo per la stima del fattore d'attrito è basato sull'impiego del diagramma di Moody.

  Il diagramma, che è di tipo bilogaritmico (presenta scala logaritmica sia in ascissa che in ordinata), restituisce il valore del fattore d'attrito f in funzione del numero di Reynolds (*Re*) e della scabrezza relativa (ε/D).

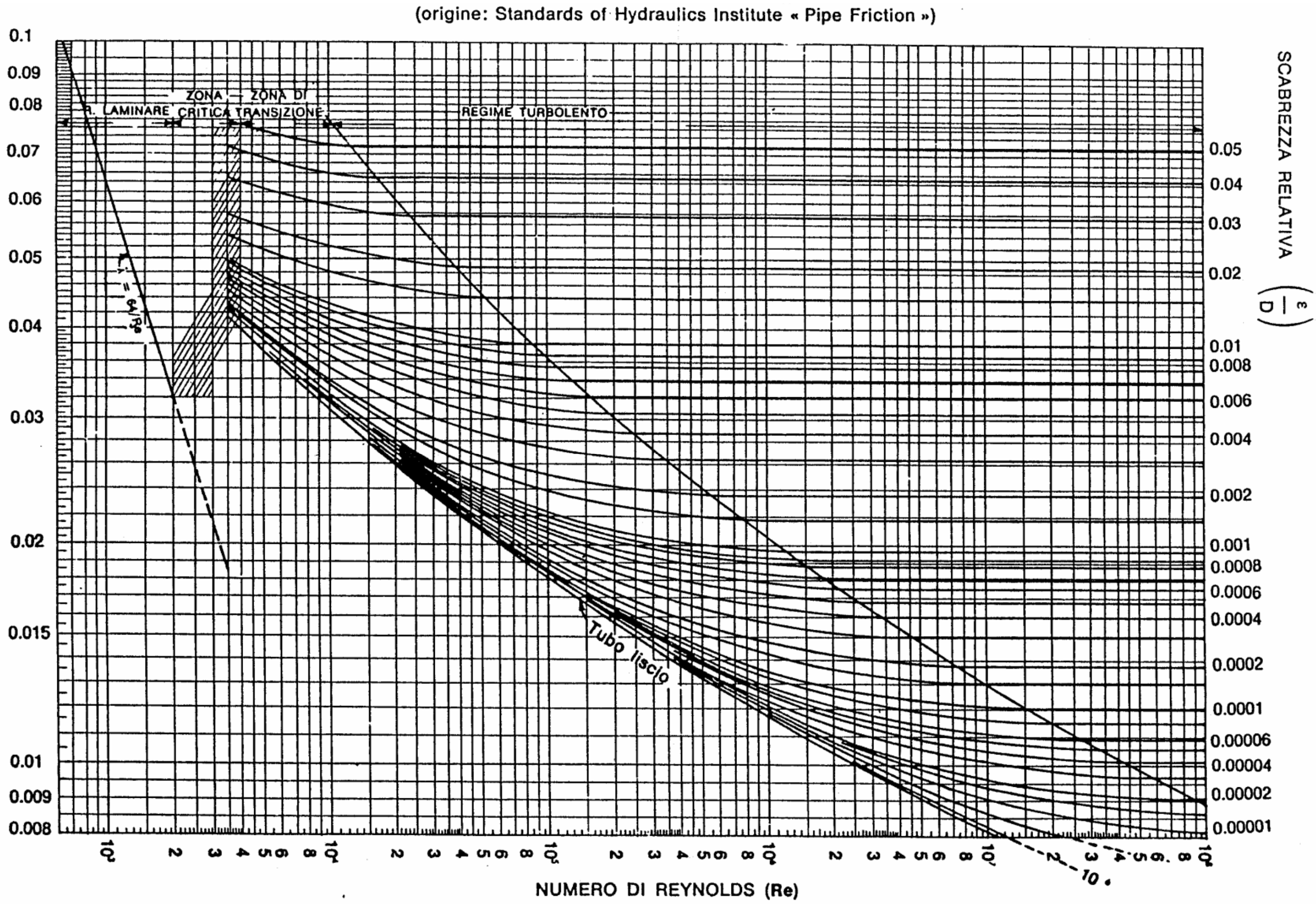
  Il diagramma si divide in tre zone, individuabili sulla base del valore del numero di Reynolds.

- Per $Re \leq 2000$ il moto è di tipo laminare. Il valore del fattore d'attrito non dipende dalla scabrezza superficiale, ma solo dal numero di Reynolds:

$$f = \frac{64}{Re}$$

  La relazione è di tipo iperbolico, ma il tracciato nel diagramma di Moody risulta lineare per effetto dell'uso di scale logaritmiche.

  Perché il moto possa assumersi laminare, è necessario che il fluido abbia percorso una certa lunghezza del condotto (usualmente compresa tra 10 e 60 diametri), ovvero che il moto sia completamente sviluppato. All'ingresso di un condotto, il moto è generalmente turbolento. Una volta sviluppato, il moto laminare rimane stabile fino a valori di *Re* prossimi a 2000, indipendentemente dal fatto che i condotti siano lisci o scabri.



- Per 2000 < *Re* < 4000 ci si trova nella cosiddetta zona di transizione. In tale zona, l'individuazione del valore di *f* risulta problematica. In prima approssimazione, si può fare riferimento al prolungamento del segmento di retta che esprime la dipendenza di *f* da *Re* nel caso di moto laminare. Se però il moto che si osserva effettivamente è di tipo turbolento, è più opportuno far riferimento ai prolungamenti delle curve che esprimono la dipendenza di *f* da *Re* e ε/D nel caso di moto turbolento.

- Per *Re* ≥ 4000 il moto è di tipo turbolento. Gli andamenti nel diagramma di Moody sono quelli descritti dalle formule di Blasius, Nikuradse e Colebrook.

  Se il moto è turbolento stabile, il valore di *f* si individua intersecando tra loro una linea verticale, tracciata in corrispondenza del valore considerato di *Re*, e la curva associata al valore considerato di ε/D, selezionata all'interno del fascio di curve riportate nel diagramma di Moody.

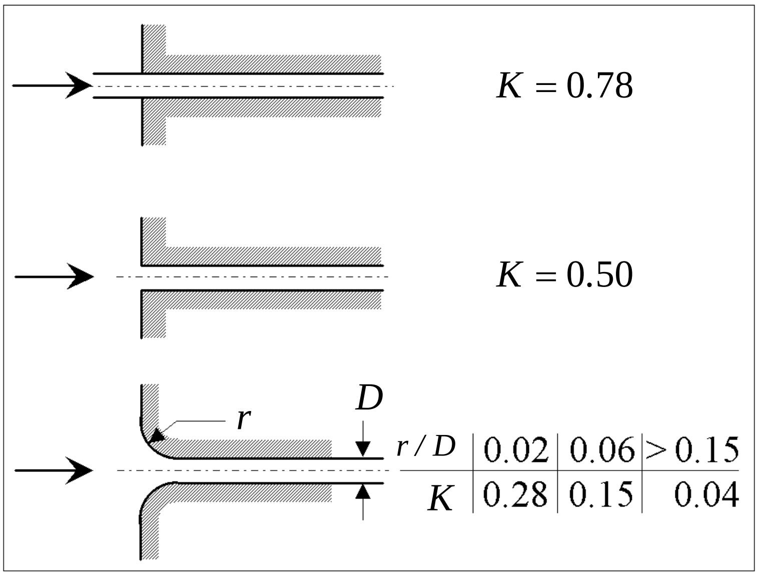
  Dal diagramma si può osservare che, a scabrezza relativa (ε/D) costante, il valore di *f* decresce all'aumentare del valore di *Re*. Per ogni valore di ε/D si osserva poi che esiste un valore limite di *Re*, oltre il quale la curva rappresentativa della dipendenza di *f* da *Re* tende ad un asintoto orizzontale, o, in altre parole, *f* non dipende più da *Re*. La regione del diagramma di Moody in cui si verifica tale condizione (di moto altamente turbolento) è quella a destra della linea tratteggiata che interseca il fascio di curve. Il limite si raggiunge tanto più rapidamente quanto più alta è la scabrezza relativa.

7.5.2. Determinazione delle perdite di carico concentrate

– La perdita di carico indotta da un'accidentalità può essere associata al contenuto medio d'energia cinetica per unità di massa di fluido, pari a $W^2/2$, tramite un opportuno <u>coefficiente di perdita</u> K (anche indicato con il simbolo β), che dipende dalla geometria dell'accidentalità.

$$R = K \cdot \frac{W^2}{2}$$

– Coefficienti di perdita concentrata K per ingressi.



(dati da: Crane Company, "Flow of Fluids through Valves, Fittings, and Pipe", Technical Paper n. 410, New York, 1982)

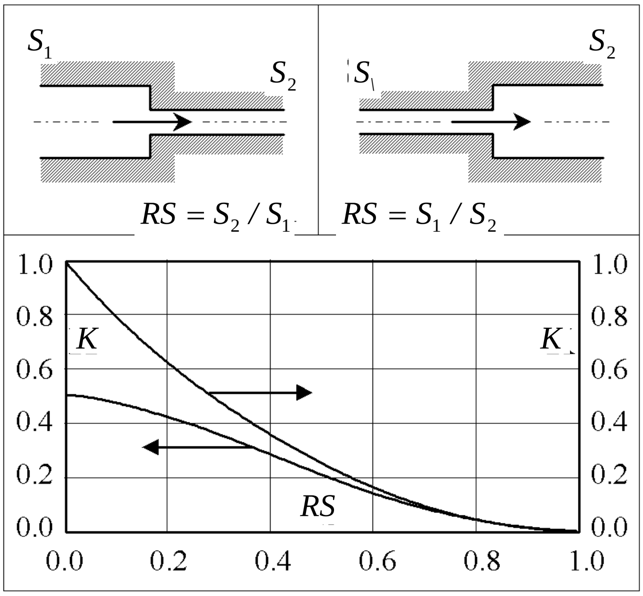
La perdita maggiore si ha nel primo caso, nel quale il fluido che entra nell'ingresso trascina parte del fluido ai suoi lati, creando vortici altamente dispersivi.

Nel secondo caso, subito a valle dell'ingresso nel condotto la sezione effettiva di passaggio del fluido si contrae, ed è quindi più piccola di quella nominale, causando localmente un incremento della velocità e, quindi, dell'energia cinetica del fluido (a scapito della pressione). Ad una certa distanza dall'ingresso, la sezione di passaggio effettiva torna ad essere quella nominale e, quindi, velocità e l'energia cinetica del fluido calano fino a stabilizzarsi. L'energia cinetica persa dal fluido non è tuttavia recuperabile (in pressione) se non in piccolissima parte, poiché è perlopiù dispersa in attriti viscosi.

Le perdite di carico minori si hanno nel caso d'ingresso raccordato, in cui il coefficiente di perdita dipende dal rapporto fra il raggio di raccordo r e il diametro del condotto D: più grande è r rispetto a D, minore è la perdita di carico.

Per valori di r/D intermedi a quelli riportati, K può essere ricavato per interpolazione lineare.

– Coefficienti di perdita concentrata K per bruschi restringimenti ed allargamenti.



(dati da: Streeter, V.L., Ed., “Handbook of Fluid Dynamics”,
McGraw-Hill, New York, 1961)

La linea superiore del grafico (freccia verso destra) riguarda il caso di un brusco allargamento di sezione ed indica l’andamento di *K* in funzione del rapporto *RS* fra le aree delle sezioni dei condotti a monte e a valle del brusco allargamento.

La linea inferiore (freccia verso sinistra) riguarda il caso di un brusco restringimento di sezione ed indica l’andamento di *K* in funzione del rapporto *RS* fra le aree delle sezioni dei condotti a valle e a monte del brusco restringimento.

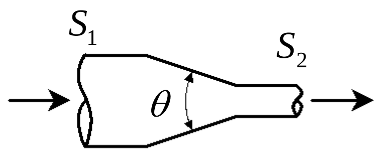
La perdita di carico è <u>sempre</u> associata al contenuto medio d’energia cinetica per unità di massa di fluido nel condotto a sezione minore. Il rapporto tra le aree delle sezioni di passaggio, *RS*, si calcola sempre ponendo al numeratore l’area della sezione minore e al denominatore l’area della sezione maggiore.

Nel caso di brusco restringimento con rapporto delle sezioni $RS \to 0$, ovvero con area della sezione a monte infinita rispetto a quella della sezione a valle, si ha un coefficiente di perdita $K = 0.5$. Tale risultato poteva essere previsto, poiché coincide con il caso di ingresso semplice (non raccordato) da serbatoio, visto in precedenza.

Nel caso di brusco allargamento con rapporto delle sezioni $RS \to 0$, ovvero con area della sezione a valle infinita rispetto a quella della sezione a monte, si ha un coefficiente di perdita $K = 1$. Infatti, si ricade nel caso di immissione del condotto in un serbatoio, in cui tutta l’energia cinetica del fluido entrante è dissipata in attriti viscosi.

Ovviamente, per $RS \to 1$ il coefficiente di perdita è nullo poiché non si ha nessuna variazione di sezione.

– Coefficienti di perdita concentrata *K* per restringimenti di sezione raccordati.



	Angolo incluso θ						
S_2/S_1	10	15-40	50-60	90	120	150	180
0.50	0.05	0.05	0.06	0.12	0.18	0.24	0.26
0.25	0.05	0.04	0.07	0.17	0.27	0.35	0.41
0.10	0.05	0.05	0.08	0.19	0.29	0.37	0.43

dati da: ASHRAE – American Society of Heating, Refrigerating, and Air Conditioning Engineers, “ASHRAE Handbook – Fundamentals”, Atlanta, GA, 1981)

La perdita di carico è <u>sempre</u> associata al contenuto medio d’energia cinetica per unità di massa di fluido nel condotto a sezione minore.

Per valori intermedi a quelli riportati, *K* può essere ricavato per interpolazione lineare.

Si può notare come per angoli inclusi molto piccoli, ovvero per convergenti molto lunghi, il coefficiente di perdita concentrata *K* sia piccolo. In tal caso, la presenza della perdita concentrata è, in molte situazioni pratiche, trascurabile.

– Coefficienti di perdita concentrata *K* per allargamenti di sezione raccordati.

	Allargamento graduale di sezione con una conicità θ pari a						
D_2/D_1	4°	10°	15°	20°	30°	50°	60°
1.2	0.02	0.04	0.09	0.16	0.25	0.35	0.37
1.4	0.03	0.06	0.12	0.23	0.36	0.50	0.53
1.6	0.03	0.07	0.14	0.26	0.42	0.57	0.61
1.8	0.04	0.07	0.15	0.28	0.44	0.61	0.65
2.0	0.04	0.07	0.16	0.29	0.46	0.63	0.68
2.5	0.04	0.08	0.16	0.30	0.48	0.65	0.70
3.0	0.04	0.08	0.16	0.31	0.48	0.66	0.71
4.0	0.04	0.08	0.16	0.31	0.49	0.67	0.72
5.0	0.04	0.08	0.16	0.31	0.50	0.67	0.72

(dati da: King, “Handbook of Hydraulics”, McGraw-Hill Book Company)

La perdita di carico è <u>sempre</u> associata al contenuto medio d’energia cinetica per unità di massa di fluido nel condotto a sezione minore.

Si può notare come, anche in questo caso, per angoli inclusi molto piccoli, ovvero per divergenti molto lunghi, il coefficiente di perdita concentrata *K* è piccolo, il che lo rende in molti casi trascurabile.

– Un metodo alternativo per la valutazione delle perdite di carico concentrate è quello della lunghezza equivalente.

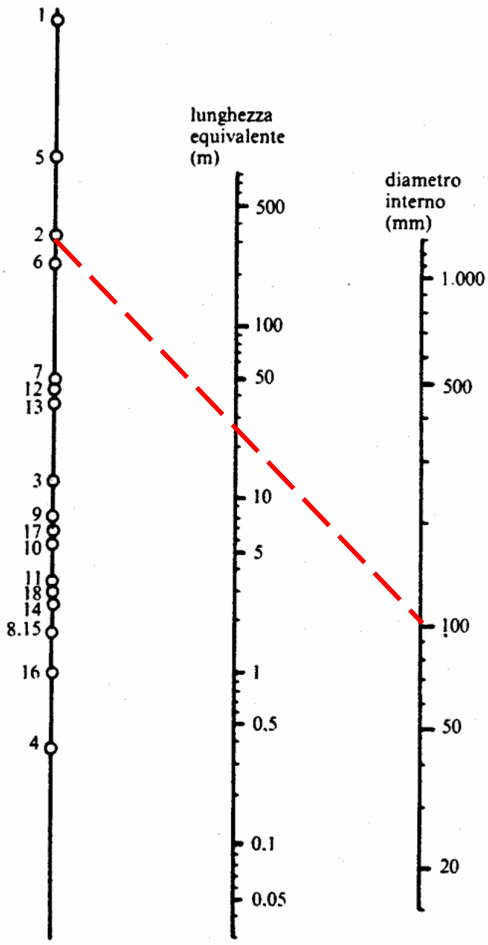
$$R = f\,\frac{L_{eq}}{D}\frac{W^2}{2}$$

in cui

L_{eq} lunghezza di condotto rettilineo equivalente all'accidentalità considerata (m)

La lunghezza L_{eq} è quella che un tratto di condotto rettilineo a sezione uniforme dovrebbe avere per causare perdite di carico distribuite equivalenti a quelle concentrate prodotte dall'accidentalità in esame. Per il calcolo della lunghezza equivalente L_{eq} si fa uso di nomogrammi come quello riportato in figura.

Nomogramma per il calcolo della lunghezza equivalente delle accidentalità.



1. Saracinesca aperta (S_a/S_t=1/4)
2. Saracinesca aperta (S_a/S_t=1/2)
3. Saracinesca aperta (S_a/S_t=3/4)
4. Saracinesca aperta (S_a/S_t=1/1)
5. Valvola dritta completamente aperta
6. Valvola ad angolo completamente aperta
7. Valvola di ritegno completamente aperta
8. Raccordo curvo a 45°
9. Raccordo curvo a 90°, raggio stretto
10. Raccordo curvo a 90°, raggio medio
11. Raccordo curvo a 90°, raggio largo
12. Raccordo curvo a 180°
13. Raccordo curvo a squadra
14. Imbocco
15. Restringimento brusco di sezione (D_2/D_1=1/4)
16. Restringimento brusco di sezione (D_2/D_1=1/2)
17. Allargamento brusco di sezione (D_2/D_1=4)
18. Allargamento brusco di sezione (D_2/D_1=2)

(dati da: A. Cocchi, “Elementi di Termofisica Generale ed Applicata”,
Soc. Ed. Esculapio, Bologna, 1990)

Si determina il valore di L_{eq} intersecando la colonna centrale con il segmento congiungente il numero identificativo del tipo d’accidentalità, individuato sulla colonna di sinistra, ed il punto corrispondente al valore del diametro interno del condotto, individuato sulla colonna di destra.

Ad esempio, la lunghezza equivalente associata ad una valvola a saracinesca aperta a meta (accidentalità n. 2), inserita in un condotto con diametro interno 100 mm, vale circa 25 m.

– In definitiva, le perdite di carico totali in un condotto a sezione uniforme in cui sono presenti *M* accidentalità valutate tramite il metodo della lunghezza equivalente, ed *N* accidentalità valutate mediante coefficienti di perdita concentrata, valgono.

$$R = \left[f \frac{\left(L + \sum_{m=1}^{M} L_{eq,m} \right)}{D} + \sum_{n=1}^{N} K_n \right] \frac{W^2}{2}$$

Nei casi in cui

$$L >> \sum_{m=1}^{M} L_{eq,m}$$

e

$$f \frac{L}{D} >> \sum_{n=1}^{N} K_n$$

è possibile trascurare le perdite di carico concentrate e considerare solo quelle distribuite.

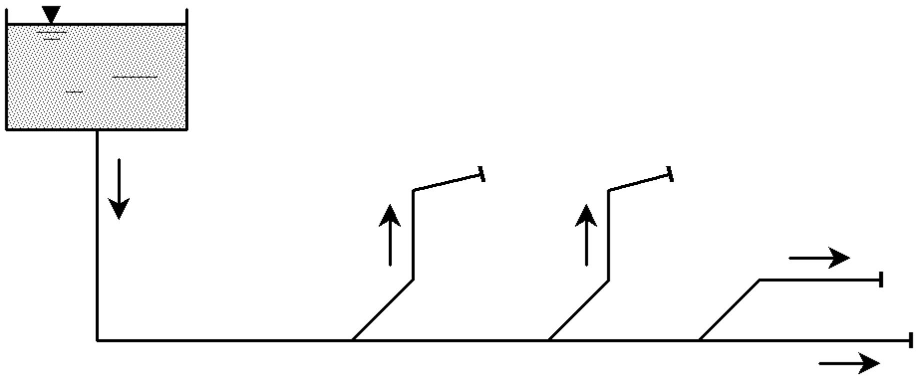
$$R \cong f \frac{L}{D} \frac{W^2}{2}$$

Tale situazione si riscontra nella pratica quando si ha a che fare con condotti molto lunghi, in cui è presente un numero molto ridotto d'accidentalità.

7.6. RETI IDRAULICHE

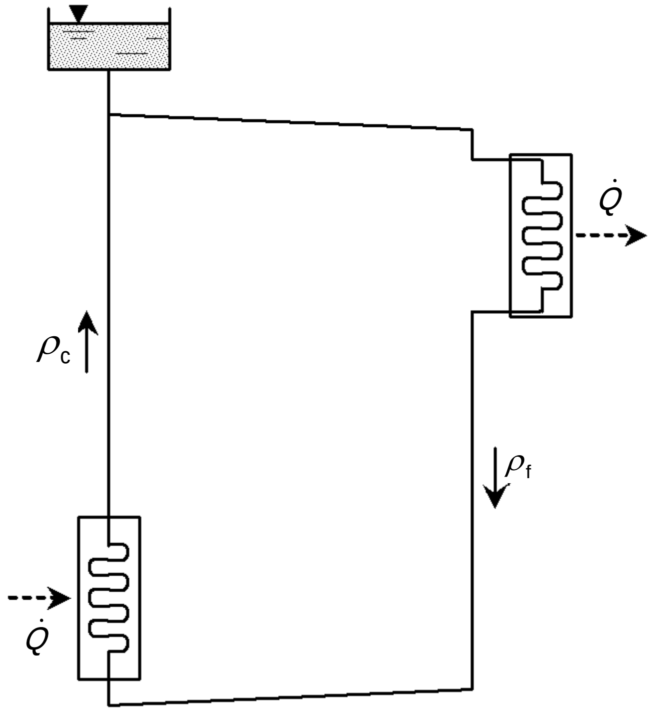
7.6.1. Circolazione a gravità

Un metodo tra i più semplici per alimentare una rete è per gravità. Un liquido può essere infatti accumulato in un bacino o in un serbatoio posto ad una quota maggiore delle utenze. La circolazione è assicurata dalla differenza di carico piezometrico tra il pelo libero nel recipiente di accumulo e le bocche di efflusso.



Se il fluido è un gas, può essere accumulato in un serbatoio pressurizzato. Mantenendo il gas in pressione all'interno del serbatoio, è possibile ottenere, tra serbatoio di accumulo e bocche di efflusso, la differenza di carico piezometrico necessaria ad assicurare la circolazione.

7.6.2. Circolazione naturale



In una rete a circuito chiuso che trasferisce calore dal luogo di produzione ad un'utenza (ad esempio, nell'impianto di riscaldamento di un edificio, dalla caldaia ad un corpo scaldante), è possibile ottenere una circolazione naturale (o a termosifone) del fluido, senza cioè l'intervento di macchine operatrici (pompe, ventilatori, compressori, ecc.).

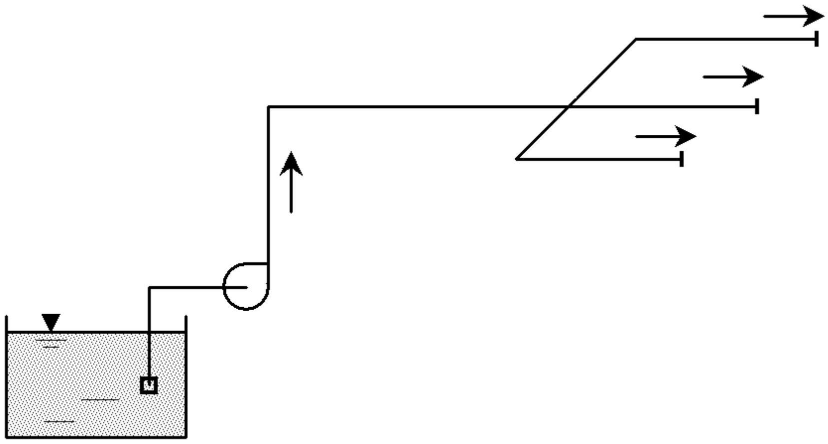
Il risultato è conseguito per il fatto che il fluido, quando viene riscaldato, (all'interno dello scambiatore di calore in basso a sinistra nella figura precedente), diminuisce di densità ed è sospinto verso l'alto per galleggiamento; quando invece viene raffreddato (nello scambiatore di calore in alto a destra), il fluido aumenta di densità e tende quindi a spostarsi verso il basso. Il risultato netto è una circolazione continua del fluido all'interno del circuito chiuso (in senso orario nell'impianto schematizzato in figura).

In un impianto a circuito chiuso è tipicamente previsto un vaso di espansione (recipiente aperto in alto a sinistra), che assolve a diverse funzioni: consente al fluido di espandersi senza variare la sua pressione; permette di evacuare dal circuito le fasi gassose (aria e vapore) che si sviluppano nel fluido; fa sì che il vapore eventualmente prodotto per effetto di malfunzionamenti dell'impianto e surriscaldamenti localizzati possa essere liberato in atmosfera, limitando così le pressioni e scongiurando il rischio di scoppio.

Gli impianti a circolazione naturale, a causa delle limitate portate che consentono di ottenere sono praticamente caduti in disuso, sostituiti da impianti a circolazione forzata, muniti cioè di dispositivi di pompaggio del fluido.

7.6.3. Circolazione forzata (reti in pressione)

L'alimentazione delle reti è perlopiù ottenuta per circolazione forzata, utilizzando macchine operatrici quali pompe, ventilatori e compressori, che imprimono al fluido un incremento iniziale di pressione e, quindi, di carico piezometrico sufficiente compensare le perdite di carico lungo la rete.



Se si è in presenza di un liquido, la circolazione è garantita da una pompa. Se invece il fluido di lavoro è un gas (ad esempio, aria), si impiegano ventilatori per imprimere al fluido piccole sovra-pressioni, compressori per ottenere incrementi di pressione consistenti.

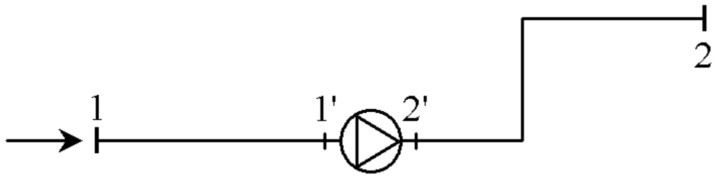
Ci si limita qui a considerare i criteri di scelta delle pompe da introdurre in una rete idraulica in pressione.

7.6.4. Criteri di scelta delle pompe

– Prevalenza

La prevalenza è una caratteristica definibile per le macchine operatrici che non provocano significative variazioni della densità dei fluidi processati, che si possono quindi considerare incomprimibili. Questa condizione è tipicamente verificata per le pompe, in quanto i liquidi sono incomprimibili, e per i ventilatori, che imprimono ai gas processati moderati incrementi della pressione, mentre non è in generale valida per i compressori.

Al fine di definire la prevalenza di una pompa, si consideri un tratto di tubazione come quello schematizzato in figura. Nella tubazione è inserita, tra le sezioni 1′ e 2′, una pompa.



L'equazione di bilancio dell'energia meccanica, applicata al tratto di tubazione tra 1′ e 2′, assume la forma:

$$\frac{\alpha_{2'}W_{2'}^2 - \alpha_{1'}W_{1'}^2}{2} + g\left(z_{2'} - z_{1'}\right) + \frac{p_{2'} - p_{1'}}{\rho} + R_{1'2'} = -\ell$$

Il termine ℓ rappresenta l'energia meccanica scambiata dalla pompa per unità di massa di fluido processato, negativa in quanto assorbita. Le variazioni di energia cinetica tra ingresso e uscita della pompa sono generalmente nulle poiché le sezioni di passaggio sono uguali e i liquidi incomprimibili. Inoltre, le variazioni di quota tra ingresso e uscita della pompa sono nulle o trascurabili.

Le perdite di carico causate dalle dissipazioni viscose si possono distinguere in perdite all'interno della pompa, R_m, e perdite nei tratti di condotto a monte e a valle, R_c.

$$R_{1'2'} = R_m + R_c$$

Il termine R_c diventa trascurabile se si scelgono due sezioni 1′ e 2′ immediatamente a monte e a valle della pompa.

Sulla base delle considerazioni precedenti, l'equazione di bilancio dell'energia meccanica si semplifica in:

$$\frac{\Delta p_t}{\rho} + R_m = -\ell$$

in cui $\Delta p_t = p_{2'} - p_{1'}$. L'equazione può essere infine riformulata come segue:

$$\Delta p_t = -\rho\left(\ell + R_m\right)$$

La variazione di pressione Δp_t impressa dalla pompa al fluido che la attraversa è la <u>prevalenza</u> della pompa stessa. La prevalenza può anche essere espressa in termini di incremento del carico piezometrico del liquido, somma dell'energia potenziale e di pressione specifiche:

$$H = \frac{\Delta p_t}{\rho g} = -\frac{1}{g}\left(\ell + R_m\right)$$

A parità di energia meccanica ℓ fornita dalla pompa al fluido, la prevalenza è tanto minore quanto più elevate sono le perdite di carico R_m causate dagli attriti viscosi all'interno della pompa. A tal riguardo, è possibile definire un <u>rendimento</u> η della pompa:

$$\eta = \frac{\Delta p_t / \rho}{-\ell}$$

Nella pratica, nel termine ℓ si fanno confluire anche l'energia dissipata negli organi meccanici della pompa (cuscinetti, riduttori, ecc.) e quella dissipata dai dispositivi elettrici di alimentazione e controllo.

La <u>potenza meccanica</u> complessivamente fornita alla pompa dall'esterno è in definitiva pari a:

$$\dot{L} = (-\ell)\cdot \dot{m} = (-\ell)\cdot \rho \cdot \dot{V}$$

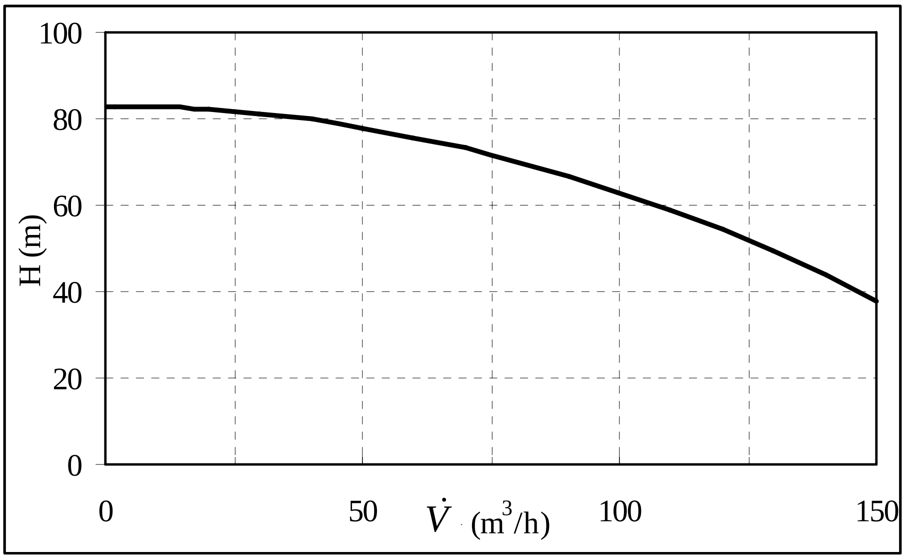
La potenza idraulica effettivamente trasmessa al fluido è invece pari a:

$$\dot{L}_t = \Delta p_t \cdot \dot{V} = \eta \cdot \dot{L}$$

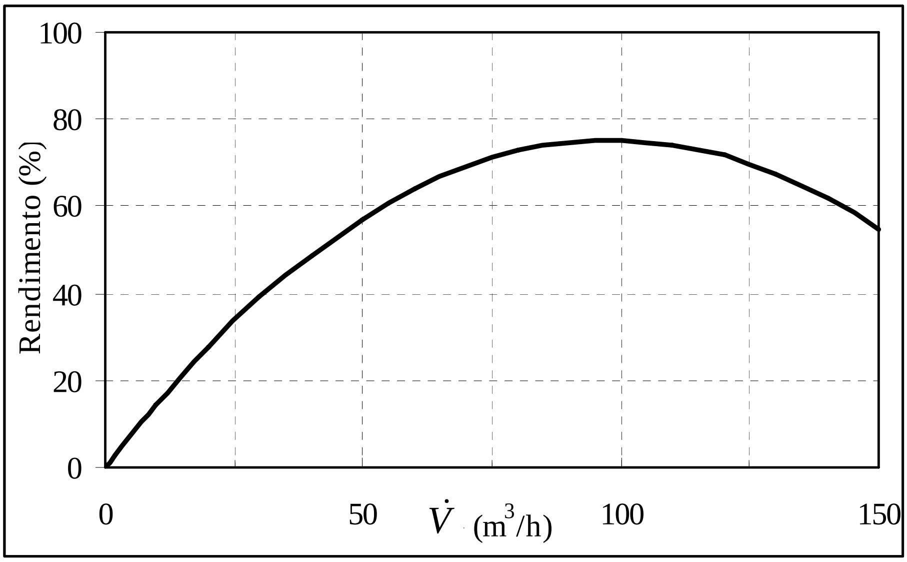
– Curva caratteristica

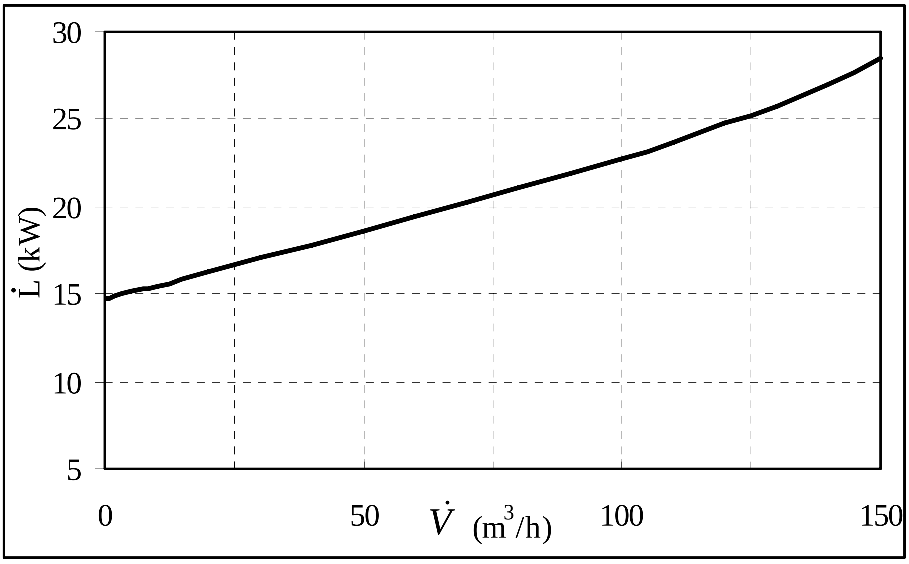
Le perdite di carico causate dagli attriti viscosi all'interno della pompa aumentano all'aumentare della velocità e, quindi, della portata del fluido (con progressione circa quadratica per le pompe di tipo centrifugo). Pertanto, la prevalenza di una pompa diminuisce all'aumentare della portata.

La curva che descrive l'andamento della prevalenza, espressa in termini di incremento di pressione o di incremento del carico piezometrico, in funzione della portata costituisce la curva caratteristica della pompa, ed è generalmente resa disponibile dal produttore.



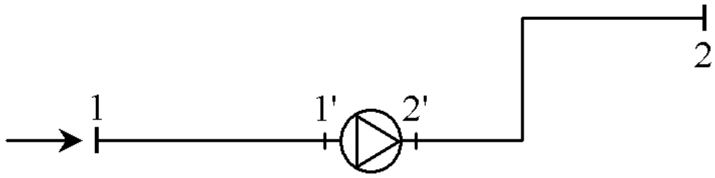
La curva caratteristica è sempre riferita ad una ben specificata condizione di funzionamento (ad esempio, in una pompa centrifuga, ad un valore assegnato della velocità di rotazione della girante). Per la stessa condizione di funzionamento sono di solito rese disponibili anche le curve che descrivono l'andamento del rendimento e della potenza meccanica in funzione della portata.





7.6.5. Punto di funzionamento e adattamento al circuito

Si consideri nuovamente il tratto di tubazione schematizzato in figura, in cui è inserita una pompa.



L'equazione di bilancio dell'energia meccanica applicata al tratto di tubazione, questa volta tra le sezioni 1 e 2, assume la forma:

$$\frac{\alpha_2 \cdot W_2^2 - \alpha_1 \cdot W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R = -(\ell + R_m)$$

Le velocità medie possono essere espresse in funzione della portata. Inoltre, si è visto come le perdite di carico possano essere correlate alla portata attraverso un coefficiente di resistenza al flusso R_f. L'equazione di bilancio dell'energia meccanica si può quindi riformulare come segue:

$$\left(\frac{\alpha_2}{2 \cdot S_2} - \frac{\alpha_1}{2 \cdot S_1}\right) \cdot \dot{V}^2 + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R_f \cdot Q_v^2 = -(\ell + R_m)$$

La formulazione precedente permette di valutare l'andamento, in funzione della portata, della prevalenza che si dovrebbe fornire al fluido (tramite una pompa ideale, o per gravità) per compensare la variazione del carico totale tra ingresso e uscita e le perdite di carico causate dagli attriti viscosi:

$$\Delta p_t = \Delta p_t(\dot{V}) = [(\rho \cdot g \cdot z_2 + p_2) - (\rho \cdot g \cdot z_1 + p_1)] + \rho \cdot \left[R_f + \left(\frac{\alpha_2}{2 \cdot S_2} - \frac{\alpha_1}{2 \cdot S_1}\right)\right] \cdot \dot{V}^2$$

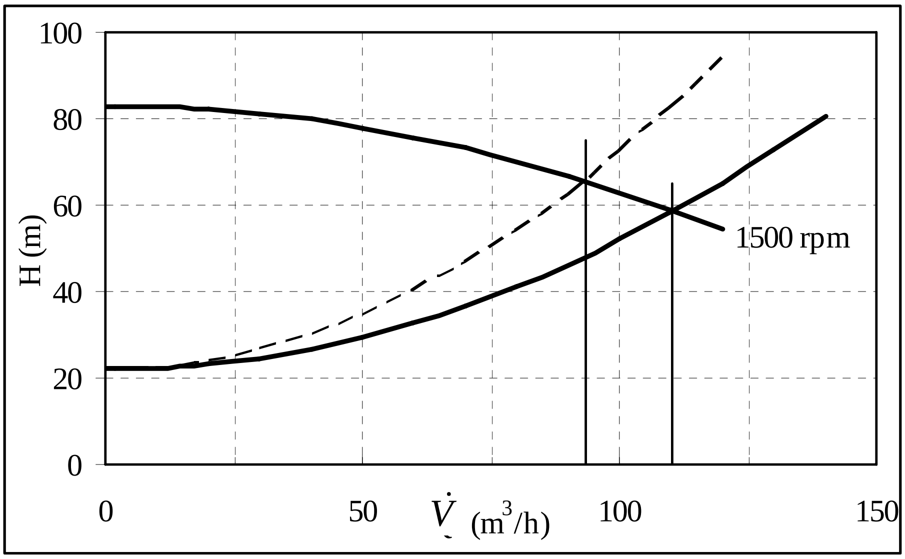
In termini di incremento del carico piezometrico, si può scrivere:

$$H = H(\dot{V}) = \left[\left(z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g}\right) - \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g}\right)\right] + \frac{1}{g} \cdot \left[R_f + \left(\frac{\alpha_2}{2 \cdot S_2} - \frac{\alpha_1}{2 \cdot S_1}\right)\right] \cdot \dot{V}^2$$

La prevalenza da fornire al fluido presenta un valore minimo per $\dot{V}$ =0, pari alla differenza di carico piezometrico tra ingresso e uscita, dopodiché aumenta con il quadrato della portata.

Le relazioni precedenti consentono di costruire la <u>curva caratteristica del circuito idraulico</u>, cioè la curva che descrive l'andamento di Δp_t o H in funzione di $\dot{V}$.

Una pompa presenta una curva di funzionamento ben precisa, cioè la sua curva caratteristica. Se quindi la si accoppia ad un circuito idraulico, esiste un solo valore della portata per il quale la prevalenza erogata dalla pompa stessa è esattamente uguale alla prevalenza da fornire al fluido. Tale valore di portata è quello che si ha in corrispondenza del punto di intersezione tra la curva caratteristica della pompa e la curva caratteristica del circuito (vedi figura seguente).



Nella pratica, raramente accade che il punto di funzionamento dell'impianto coincida con quello desiderato. È pertanto conveniente scegliere una pompa che garantisca una portata un po' superiore a quella che si vuole ottenere ed inserire nel circuito anche un dispositivo di regolazione della portata, ad esempio una valvola. Questa introduce una perdita di carico concentrata (regolabile), proporzionale al quadrato della portata attraverso una resistenza al flusso ($R_{f,c}$) che va ad incrementare il valore totale del coefficiente di resistenza al flusso, R_f. La curva caratteristica dell'impianto si sposta così verso l'alto (curva tratteggiata nella figura precedente) ed il punto di intersezione con la curva caratteristica della pompa si sposta verso sinistra.

In alcuni casi, ma entro limiti ben precisi e comunque al prezzo di un incremento del livello di complessità e, quindi, del costo del sistema di pompaggio, si può variare la condizione di funzionamento della pompa (ad esempio, in una pompa centrifuga, si può variare la velocità di rotazione della girante). Si ottiene così una diversa curva caratteristica della pompa stessa e, quindi, un diverso punto di funzionamento di tutto l'impianto idraulico, come rappresentato in figura.